

Кафедра _____ прикладной информатики и высшей математики

Б1.О.11

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА)

Учебная дисциплина	<i>Математика</i>
По направлению подготовки	<i>38.03.01</i>
	<i>«Экономика»</i>
Профиль (программа бакалавриата)	<i>«Экономика и финансы организаций»</i>
Форма обучения	<i>Очная</i>

Оценочные материалы (средства) дисциплины рассмотрены (актуализированы) и утверждены на заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания № № 10 от «25» мая 2026 г.

Заведующий кафедрой Кельин Александр Алексеевич

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	3
2. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ФОРМИРОВАНИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	4
3. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	20
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ	18
5. ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ УРОВЕНЬ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ	24
6. ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ	32

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Оценочные материалы (средства) сформированы в соответствии с ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика», утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации 12.08.2020 № 954, и учебного плана направления подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Экономика и финансы организаций» (программа бакалавриата).

В процессе обучения по дисциплине «Математика» происходит формирование закрепленных за дисциплиной компетенций обучающихся. Оценка сформированности компетенций на каждом этапе обучения происходит через оценку планируемых результатов обучения по дисциплине (знаний, умений, навыков).

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Этапы формирования компетенции (семестры и темы)	Оценочные средства
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.	УК-2.1. Определяет круг задач в рамках поставленной цели, в том числе с использованием цифровых ресурсов.	Знать: - основные методы и приемы решения математических задач. Уметь: - организовывать собственную деятельность по решению учебных математических задач; - работать по выданному заданию и/или алгоритму; - принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность; - обосновывать выбранные методы решения учебных и прикладных задач и полученных результатов. Владеть: - навыками постановки учебных, прикладных	Семестр 1: Тема 1. Матрицы. Определители. СЛАУ. Тема 2. Векторы. Тема 3. Аналитическая геометрия. Семестр 2: Тема 1. Функция. Предел функции Тема 2. Дифференцирование функций Тема 3. Функции нескольких переменных Семестр 3: Тема 1. Неопределенный интеграл Тема 2. Определённый интеграл Тема 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения Семестр 4: Тема 1. Теория вероятностей Тема 2. Математическая статистика	Решение задач на практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Контрольная работа по пройденному материалу В 1 семестре по темам 1,2. Во 2 семестре по темам 1,2,3 В 3 семестре по темам 1,2,3 В 4 семестре по теме 2.

		задач и определения области их применения; - навыками самостоятельного решения задач учебного характера; - навыками самостоятельного освоения новых знаний и их применения для решения математических задач.		
--	--	---	--	--

2. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ФОРМИРОВАНИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

В процессе изучения учебной дисциплины обучающиеся выполняют решение задач на практических занятиях, домашних заданий, промежуточные контрольные задания. Результаты выполнения заданий являются основанием для выставления оценок текущего контроля по данной учебной дисциплине. Выполнение всех заданий является обязательным для всех обучающихся.

Типовые задачи для решения на практических занятиях и выполнения домашних заданий

1 Семестр

Тема 1: Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений

Задание 1. Вычислить определитель Δ : а) разложив его по элементам i – ой строки; б) разложив его по элементам j – го столбца; в) получив предварительно нули в i – ой строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 1$$

Задание 2. Даны две матрицы A и B . Найти:

а) $-2 \cdot A^T + 4 \cdot B + 3 \cdot E$; б) $A \cdot B - B \cdot A$; в) A^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Задание 3. Решить систему линейных уравнений:

а) по формулам Крамера; б) матричным методом

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

Задание 4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 13 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14 \end{cases}$$

Тема 2: Векторы

Даны точки $A(1; 2; 5)$, $B(0; 3; 2)$, $C(-2; 2; -1)$, $D(1; -5; 0)$. Требуется:

- найти модуль и направляющие косинусы вектора $\overline{AB}$;
 - угол между $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$;
 - найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на вектор $\overline{CD}$.
2. Вершины пирамиды находятся в точках $A(7; -1; 3)$, $B(6; 5; -2)$, $C(3; 5; 0)$, $D(-1; 4; 1)$. Требуется вычислить:
- площадь грани ACD ;
 - объем пирамиды V_{ABCD} .

Тема 3: Аналитическая геометрия

1. Даны вершины треугольника ABC : $A(-2, 4)$, $B(3, 1)$, $C(10, 7)$. Найти:

- уравнение стороны AB ;
- уравнение высоты CH ;
- уравнение медианы AM ;
- уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
- расстояние от точки C до прямой AB .

2. Даны точки $A_1(3, 1, 4)$, $A_2(-1, 6, 1)$, $A_3(-1, 1, 6)$, $A_4(0, 4, -1)$:

а) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$. Построить эту плоскость.

б) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно $\overline{A_1A_2}$

5. Построить кривые второго порядка по заданным уравнениям.

$$a) (x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$$

$$б) \frac{(x-1)^2}{49} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

$$в) \frac{(y+1)^2}{25} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1$$

$$г) y^2 = -6x$$

2 Семестр

Тема 1: Функция. Предел функции

Задача. Вычислить пределы функций

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+3}{5x+7} \right)^{x+1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 2x + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{x^3 - 5x^2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{7x^3 - 2x^2 + 1}$$

Тема 2. Дифференцирование функций

Задача 1. Вычислить производные следующих функций

1. $y = 7 - \frac{x^{14}}{7} + 9\sqrt[3]{x} + \frac{4}{x^6}$	2. $y = \operatorname{tg}^5 3x$	3. $y = \cos 7x \cdot \log_4 3x$
4. $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{ctg} 2x$	5. $y = \frac{e^{2x}}{x^2 - 5}$	6. $y = e^{x^3 + \cos x}$
7. $y = \arccos 3^x$	8. $y = 2^{x^5 - 3}$	9. $y = \arccos^3(2 - 3x)$
10. $y = \operatorname{arctg}^4 3x$	11. $y = \ln^5(4 - 2x)$	12. $y = \cos^7 5x$

Задача 2. Вычислить вторую производную для функций:

$$1. \begin{cases} x = e^{7t} + 4 \\ y = e^{4t} - 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = 2 \cos^3 2t \\ y = 4 \sin^2 2t \end{cases}$$

Задача 3. Вычислить вторую производную для функций:

1. $x - 3x^2 \cdot y + y^4 = 6$

2. $y^5 + 2x - 4x^2 \cdot y - 10 = 0$

Задача 4. Найти производную функции, используя логарифмическое дифференцирование

1. $y = (2 - x)^{\arccos 3x}$	2. $y = (2 + 3x)^{\lg 2x}$
3. $y = (2x - 3)^{\cos 3x}$	4. $y = (x^3 + 3)^{\sin 5x}$

Тема 3. Функции нескольких переменных

Задача 1. Найти частные производные и полные дифференциалы следующих функций:

1. $z = \arccos(x - y^2)$

2. $z = \arctg \frac{x^3}{y}$

Задача 2. Вычислить значение частных производных $f'_x(M_0)$, $f'_y(M_0)$ для данной функции $f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$ с точностью до двух знаков после запятой.

$$f(x, y) = xe^{-xy}, \quad M_0(0, 1)$$

Задача 3. Найти частные производные второго порядка. Убедиться, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

$$z = \lg(xy^2)$$

Задача 4. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u .

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad u = \ln(x^2 - y^2)$$

Задача 5. Исследовать на экстремум функцию:

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$$

3 семестр

Тема 1. Неопределенный интеграл

Вычислить интегралы:

1. $\int \left(2x^5 + \cos x + \sqrt[5]{x^2} - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2 + 9} \right) dx$

5. $\int (2x + 3)e^{5x} dx$

2. $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$

6. $\int \frac{(2x + 3)dx}{x^2 - 2x + 4}$

$$3. \int (5-3x)^7 dx$$

$$7. \int \frac{5x-2}{(x+4)x^2} dx$$

$$4. \int x^2 \sqrt{3x^3+4} dx$$

Тема2: Определенный интеграл

Задача 1. Найти интегралы:

$$1. \int_1^4 \frac{32}{x^3} dx$$

$$2. \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

$$3. \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$4. \int_3^4 \frac{7+x+x^2}{x^3} dx$$

$$5. \int_1^4 \left(3t^2 - 2t - \frac{1}{2\sqrt{t}} \right) dt$$

$$6. \int_{-1}^1 \frac{dx}{(3x+5)^3}$$

$$7. \int_1^2 (1-x)^3 dx$$

$$8. \int_0^{\pi/4} \sin \frac{x}{2} dx$$

$$9. \int_0^{3\pi/2} \cos 2x dx$$

$$10. \int_{\pi/9}^{\pi/6} \frac{4dx}{5\cos^2 3x}$$

$$11. \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx$$

$$12. \int_{\pi/3}^{\pi/4} \frac{\sin x dx}{\cos^3 x}$$

$$13. \int_0^{\pi/3} e^{\cos x} \sin x dx$$

$$14. \int_0^{\pi/2} x \sin x dx$$

$$15. \int_0^{2\pi} (3-7x) \cos 2x dx$$

$$16. \int_0^1 \arcsin x dx$$

Задача 2. Вычислить:

а) площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{4}{x}$, $x = 2$, $x = 4$.

б) объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4-x$, $x = 0$ вокруг оси Oy .

Тема 3: Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения

$$1. \cos^2 x dy = (y+1)^3 dx$$

$$1. xy' = 1, \quad y(0) = 0$$

$$2. 2y' = 4 + \frac{5y}{x}$$

$$3. y' + \frac{y}{x} = x^2$$

$$4. y' - y = xy^2$$

$$5. y''' = \frac{1}{x^2}$$

$$6. (1+x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$$

$$7. 1 + (y')^2 = 2y \cdot y''$$

$$9. \text{ а) } y'' + 4y = 0; \text{ б) } y'' - 10y' + 25y = 0; \text{ в) } y'' + 3y' + 2y = 0$$

$$10. y'' + 4y' + 3y = x$$

$$11. y'' + y' - 2y = 8 \sin 2x$$

4 семестр

Тема 1. Теория вероятностей

1. Случайным образом выбирается число из множества $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Какова вероятность, что а) оно четно; б) четное и делится на 4.
2. Стрелок произвел 100 выстрелов по мишени, причем поразил мишень 57 раз. Какова вероятность, что стрелок поразит мишень.
3. Брошены две игральные кости. Событие $A = \{\text{выпадение шестерки на первой кости}\}$. Событие $B = \{\text{сумма выпавших очков равна 7}\}$. Являются ли события A и B независимы?
4. В урне 1 содержится 3 белых и 3 черных шара, а в урне №2 содержится 5 белых и 1 черный шар. Из случайно выбранной урны достается один шар. Какова вероятность того, что это белый шар?
5. Дискретная случайная величина задана законом распределения. Требуется построить функцию распределения, найти математическое ожидание, моду, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, коэффициент асимметрии.

X	-1	0	4
P	0.1	0.3	0.6

6. Вероятность того, что зашедший в магазин посетитель приобретет товар равна 0,35. Случайная величина X - число посетителей, которые приобрели товар из 1000 вошедших в магазин. Найти числовые характеристики X и вероятности а) $P(X=350)$ б) $P(320 \leq X \leq 380)$.
7. Интервалы времени между приходами в порт судов распределены по показательному закону с интенсивностью $\lambda=5$ (часов). Найти числовые характеристики X - время между приходами двух судов. Вычислить: а) $P(X \in (1,2))$; б) $P(X \in (4,6))$

8. Продолжительность работы прибора есть нормально распределенная с.в. с параметрами $\mu=1000$ ч. и $\sigma^2=900$ ч. Найти вероятность того, что продолжительность горения лампы составляет: а) более 1000 ч. б) менее 1000 ч. в) от 940 ч. до 1060 ч. Выписать плотность распределения данной с.в. и изобразить решение п. в) на графике плотности.

Тема 2. Математическая статистика

1. Дана выборка 10,8,10,11,9,10,8,9,10,10. Требуется:

- Построить статистический ряд распределения частот и полигон частот;
- Вариационный ряд;
- Найти "хорошие" оценки математического ожидания и дисперсии;
- Найти выборочные моду, медиану, коэффициент вариации, коэффициент асимметрии.

2. Из большой партии электроламп случайным образом взята выборка из 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы, оцененная по выборке оказалась равной 1200 ч. Из предыдущих проверок известно, что данный признак имеет нормальное распределение с дисперсией $\sigma^2=2500$. Найти 97% доверительный интервал для генеральной средней.

3. Для сравнения организации работы на двух однотипных предприятиях, были взяты выборочные данные объемами n_1 и n_2 соответственно по признаку - объемы выпущенной продукции в у.е. Оценки дисперсии S_1^2 и S_2^2 даны ниже. Можно ли считать, что предприятия работают одинаково точно. Уровень значимости выбрать самостоятельно. $n_1=12$, $n_2=17$; $S_1^2 = 93,1$; $S_2^2 = 65,2$.

4. Ниже приведены данные о фактических объемах сбыта (в у.е.) в пяти районах. Согласуются ли эти результаты с предположением о том, что сбыт продукции в этих районах одинаков. Уровень значимости выбрать самостоятельно.

Район	1	2	3	4	5
Объем сбыта	50	65	70	80	35

5. В следующих задачах следует построить уравнение регрессии вида $\bar{y}_x = b_0 + b_1x$. Сделать вывод о возможности использования линии регрессии в дальнейших прогнозах. Данные об объеме валового продукта (Y) и затратами на капитальные вложения (X) по 6 предприятиям

X_i	1	1	2	4	6	8
Y_i	4,5	5,1	10,3	18,1	19,2	19,8

Типовые задачи контрольных работ

Средство оценки результатов обучения – контрольная работа по пройденному материалу.

1 Семестр

Тема 1: Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений

Задача 1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$$

Задача 2. Дано: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

Найти: а) $A \cdot B - B \cdot A$ б) $4 \cdot E + 2B^T - 5 \cdot A$

Задача 3. Решить систему методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

Задача 4. Решить систему матричным методом:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Задача 5. Решить уравнение $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

Тема 2. Векторы

- Даны векторы: $\vec{a} = \{2; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{-4; -2; -1\}$. Найти длину и направляющие косинусы вектора $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.
- Даны векторы: $\vec{a} = \{2; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{-4; -2; -1\}$, $\vec{c} = \{3; 4; 5\}$. Найти разложение вектора $\vec{p} = \{1; 3; 2\}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.
- Дан треугольник ABC : $A(1, 3, 1)$, $B(-1, 4, 6)$, $C(-2, -3, 4)$. Найти высоту CD .
- Вершины пирамиды находятся в точках $A(1, 3, 1)$, $B(-1, 4, 6)$, $C(-2, -3, 4)$, $D(3, 4, -4)$. Найти объём пирамиды $ABCD$ и угол CDB .

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$; $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Найти проекцию $pr_{\vec{c}} \vec{d}$.

2 Семестр

Тема 1. Функция. Предел функции.

Задача 1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + 5x - 4}$

Задача 2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 7x^2 + 5x - 4}{x^4 + x^2 + x + 1}$

Задача 3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$

Задача 4. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16 - 3x^2} - 4}{\sqrt{9 + 2x^2} - 3}$

Задача 5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{\operatorname{tg}^2 3x}$

Задача 6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 + 2x + 3} - \sqrt{4x^2 - x - 1} \right)$

Задача 7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1-8x}{4x}}$

Задача 8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 2}{3x + 1} \right)^{2x+3}$

Тема 2. Дифференцирование функций

Найти производные для следующих функций $y = -\frac{x^{10}}{5} - 7 \cdot \sqrt[5]{x} + \frac{13}{x^6} - 2$ $y = \sin 3x \cdot \log_3 2x$ $y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{4x}$ $y = e^{x^2 + 3 \sin x}$ $y = ac \cos^3(6x - 2)$	Вычислить производную 2-го порядка для функций: $\begin{cases} x = e^{5t} - 7 \\ y = e^{3t} + 5 \end{cases}$ $x^3 - 2xy + y^2 = 3$ - Найти производную функции, используя логарифмическое дифференцирование: $y = (3x - 5)^{\cos 2x}$
---	---

Тема 3. Функции нескольких переменных

1. Найти частные производные первого порядка для функции: $z = \ln \frac{x^2}{y^8}$

2. Найти полный дифференциал функции: $z = y \cdot x^y$

3. Найти частные производные второго порядка для функции: $z = 4y + \frac{4y}{x^2} + \frac{3\sqrt{x}}{y}$
4. Найти градиент функции $z = x^2 + 2y^2 + 5xy - 5x + y + 1$ и его длину в точке $P(2; 2)$
5. Исследовать функцию на экстремум $z = x^2 + y^2 + xy - 3x - 6y$

3 семестр

Тема 1. Неопределённый интеграл

Вычислить интегралы:

1. $\int \left(2x^5 + \cos x + \sqrt[5]{x^2} - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2 + 9} \right) dx$
2. $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$
3. $\int (5 - 3x)^7 dx$
4. $\int x^2 \sqrt{3x^3 + 4} dx$
5. $\int (2x + 3)e^{5x} dx$
6. $\int \frac{5x - 2}{(x + 4)x^2} dx$

Тема 2. Определенный интеграл

Задание 1. Вычислить определенные интегралы.

1. $\int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx$
2. $\int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5}{\sqrt{x^6 + 1}} dx$
3. $\int_{-2}^0 x e^{\frac{x}{2}} dx$

Задание 2. Вычислить интеграл: $\int_1^{\infty} \frac{16x dx}{16x^4 - 1}$

Задание 3. Вычислить:

а) площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 3 - x. \end{cases}$

б) объем тела, полученного вращением фигуры вокруг оси Ox , ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $x = 3$ и осью абсцисс.

Тема 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Решить уравнения:

а) $y' = \frac{x}{y}$ при $y(2) = 1$

г) $y'' + 6y' + 9y = 0$ $y(0) = 2; y'(0) = 1$

$$\text{б) } y' - \frac{3y}{x} = x$$

$$\text{д) } y'' + 3y' = 9x$$

$$\text{в) } y'' = 4 \cos 2x \text{ при } y(0) = 0; y'(0) = 0$$

$$\text{е) } y'' + 16y = 2 \sin x + \cos x$$

4 семестр

Тема 2. Математическая статистика

1. Дана выборка 50,45,45,55,45,50,40,45,50,45. Требуется:
 - а) Построить статистический ряд распределения частот и полигон частот;
 - б) Вариационный ряд;
 - в) Найти "хорошие" оценки математического ожидания и дисперсии;
 - г) Найти выборочные моду, медиану, коэффициент вариации, коэффициент асимметрии.
2. Из большой партии электроламп случайным образом взята выборка из 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы, оцененная по выборке оказалась равной 1200 ч. Из предыдущих проверок известно, что данный признак имеет нормальное распределение с дисперсией $\sigma^2 = 2500$. Каким должен быть минимальный размер выборки для того, чтобы оценить среднюю продолжительность горения лампы с 99% надежностью и с точностью не более 100 (ч).
3. Для сравнения организации работы на двух однотипных предприятиях, были взяты выборочные данные объемами n_1 и n_2 соответственно по признаку - объемы выпущенной продукции в у.е. Оценки дисперсии S_1^2 и S_2^2 даны ниже. Можно ли считать, что предприятия работают одинаково точно. Уровень значимости выбрать самостоятельно. .
 $n_1=8, n_2=17; S_1^2 = 73,4; S_2^2 = 49,7$.

3. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ОЦЕНКА ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА ЗАЧЕТЕ

Компетенция УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Индикатор УК-2.1. Определяет круг задач в рамках поставленной цели с учетом имеющихся ресурсов и ограничений.

Обучающийся знает:

- основные методы и приемы решения математических задач.

Список вопросов для подготовки к зачетам:

1 семестр

1. Векторы, равенство векторов.
2. Линейные операции над векторами.
3. Базис. Разложение по базису.
4. Проекция вектора и его координаты.
5. Линейные операции в координатной форме.
6. Определение скалярного произведения.
7. Свойства скалярного произведения.
8. Длина вектора. Угол между двумя векторами.
9. Векторное произведение, его свойства.
10. Определители второго и третьего порядков.
11. Вычисление площадей простейших геометрических фигур.
12. Смешанное произведение, его свойства.
13. Вычисление объемов простейших геометрических фигур.
14. Общее уравнение плоскости.
15. Угол между плоскостями.
16. Прямая на плоскости и в пространстве. Направляющий вектор прямой.

2 семестр

1. Числовые последовательности. Предел.
2. Раскрытие неопределенностей.
3. Эквивалентные величины.
4. Первый замечательный предел.
5. Второй замечательный предел.
6. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности.
7. Непрерывность функции. Непрерывность основных элементарных функций.
8. Предел суммы, произведения, частного.
9. Предел и непрерывность сложной функции.
10. Односторонние пределы функции в точке. Односторонняя непрерывность.
11. Точки разрыва и их классификация.
12. Таблица производных.
13. Производная функции, ее геометрический и механический смысл.
14. Производная суммы, произведения и частного (обзор школьного курса).
15. Производная сложной функции.

16. Теорема Ролля.

Список вопросов для подготовки к зачетам с оценкой:

3 семестр

1. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Простейшие приемы интегрирования.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование по частям.
5. Интегрирование рациональных функций.
6. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
7. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
8. Основные свойства определенного интеграла.
9. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Теорема о среднем.
11. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
12. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных системах координат.
13. Вычисление объемов тел.
14. Определение и вычисление длины отрезка кривой.
15. Несобственный интеграл.

Список вопросов для подготовки к зачетам с оценкой:

4 семестр

1. Случайные события. Свойство частот.
2. Статистическое и классическое определения вероятности.
3. Геометрические вероятности.
4. Алгебра событий.
5. Совместность событий. Теорема сложения вероятностей.
6. Зависимость событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
7. Теорема о полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Последовательность независимых испытаний.
10. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
11. Функции распределений и их свойства.

12. Типичные распределения дискретных случайных величин: равномерное, биномиальное, пуассоновское.
13. Интегральная и дифференциальная функции распределений непрерывной случайной величины.
14. Типичные распределения: равномерное, показательное, нормальное.
15. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Их свойства.

ОЦЕНКА УМЕНИЙ И НАВЫКОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА ЗАЧЕТЕ

Компетенция УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Индикатор УК-2.1. Определяет круг задач в рамках поставленной цели с учетом имеющихся ресурсов и ограничений.

Обучающийся умеет:

- организовывать собственную деятельность по решению учебных математических задач;
- работать по выданному заданию и/или алгоритму;
- принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность;
- обосновывать выбранные методы решения учебных и прикладных задач и полученных результатов.

Обучающийся владеет:

- навыками постановки учебных и прикладных задач и определения области их применения;
- навыками самостоятельного решения задач учебного характера;
- навыками самостоятельного освоения новых знаний и их применения для решения математических задач.

Оценка достижения обучающимся запланированного результата обучения осуществляется по результатам текущего контроля.

Список вопросов для подготовки к зачетам:

1 семестр

1. Векторное и каноническое уравнения прямой.
2. Расстояние от точки до прямой и плоскости.
3. Основные задачи аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.
4. Определение детерминанта n -го порядка. Основные свойства и теоремы.
5. Системы двух и трех линейных уравнений.
6. Правило Крамера. Обобщение на случай n уравнений с n неизвестными.

7. Метод Гаусса.
8. Матрицы, действия над матрицами, обратная матрица.
9. Матричный метод решения системы линейных уравнений.
10. Ранг матрицы, методы его вычисления.
11. Исследование систем линейных уравнений, теорема Кронеккера-Капелли.
12. Общее решение системы линейных уравнений.
13. Общее уравнение кривых второго порядка.
14. Канонические формы уравнений эллипса, гиперболы и параболы.
15. Исследование геометрических свойств эллипса, гиперболы и параболы.
16. Поверхности второго порядка.

2 семестр

1. Условные экстремумы.
2. Интервалы выпуклости, вогнутости функции.
3. Точки перегиба.
4. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
5. Производные и дифференциалы высших порядков.
6. Исследование функций с помощью производных.
7. Общая схема построения графиков.
8. Правило Лопиталя.
9. Приложения формулы Тейлора.
10. Теорема Лагранжа.
11. Теорема Коши.
12. Производная параметрической функции.
13. Обратная функция. Непрерывность и дифференцируемость обратной функции.
14. Производные обратных тригонометрических функций.
15. Непрерывность дифференцируемой функции.
16. Геометрический смысл дифференциала.
17. Интервалы возрастания, убывания функции.

Список вопросов для подготовки к зачету с оценкой:

3 семестр

1. Линейные дифференциальные уравнения.
2. Дифференциальные уравнения Бернулли.
3. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.

4. Линейные однородные дифференциальные уравнения, свойства их решений.
5. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков.
7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения.
8. Системы дифференциальных уравнений.
9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.
10. Теоремы сравнения.
11. Физические и экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
12. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
13. Дифференциальные уравнения первого порядка.
14. Однородные дифференциальные уравнения.
15. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Список вопросов для подготовки к зачетам с оценкой:

4 семестр

16. Случайные события. Свойство частот.
17. Статистическое и классическое определения вероятности.
18. Геометрические вероятности.
19. Алгебра событий.
20. Совместность событий. Теорема сложения вероятностей.
21. Зависимость событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
22. Теорема о полной вероятности.
23. Формула Байеса.
24. Последовательность независимых испытаний.
25. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
26. Функции распределений и их свойства.
27. Типичные распределения дискретных случайных величин: равномерное, биномиальное, пуассоновское.
28. Интегральная и дифференциальная функции распределений непрерывной случайной величины.
29. Типичные распределения: равномерное, показательное, нормальное.
30. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Их свойства.

4. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ПРОЦЕДУРА ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Для оценки результатов обучения по дисциплине учебным планом предусмотрены зачеты и зачеты с оценкой, которые проводятся в форме контрольной работы.

Итоговая оценка за курс выставляется по результатам по результатам текущего контроля и контрольных работ.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Шифр компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения				
		1	2	3	4	5
Компетенция УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.						
Индикатор УК-2.1. Определяет круг задач в рамках поставленной цели, в том числе с использованием цифровых ресурсов.						
	Знать: - основные методы и приемы решения математических задач.	Не знает	Фрагментарные знания об основных методах и приемах решения математических задач.	Общие, но не структурированные знания об основных методах и приемах решения математических задач.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания об основных методах и приемах решения математических задач.	Сформированные систематизированные прочные знания об основных методах и приемах решения математических задач.
	Уметь: - организовывать собственную деятельность по решению учебных математических задач; - работать по выданному заданию и/или алгоритму; - принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность; - обосновывать	Не умеет	Частично освоенные умения организовать собственную деятельность по решению учебных математических задач; работать по выданному заданию и/или алгоритму; принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность; обосновывать выбранные методы решения учебных и	В целом освоенные, но не подкрепляемые знаниями и самостоятельностью выполнения умения организовать собственную деятельность по решению учебных математических задач; работать по выданному заданию и/или алгоритму работать по выданному заданию и/или алгоритму; принимать решения в	В целом сформированные и самостоятельно выполняемые, но не всегда интеллектуально обоснованные умения организовать собственную деятельность по решению учебных математических задач; работать по выданному заданию и/или алгоритму работать по выданному заданию и/или алгоритму;	Успешно сформированные, самостоятельно и осознанно выполняемые умения организовать собственную деятельность по решению учебных математических задач; работать по выданному заданию и/или алгоритму работать по выданному заданию и/или алгоритму; принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность; обосновывать выбранные

	выбранные методы решения учебных и прикладных задач и полученных результатов.		прикладных задач и полученных результатов.	стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность; обосновывать выбранные методы решения учебных и прикладных задач и полученных результатов.	принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность; обосновывать выбранные методы решения учебных и прикладных задач и полученных результатов.	методы решения учебных и прикладных задач и полученных результатов.
	Владеть: - навыками постановки учебных и прикладных задач и определения области их применения; - навыками самостоятельного решения задач учебного характера; - навыками самостоятельного освоения новых знаний и их применения для решения математических задач.	Не владеет	Фрагментарно сформированные навыки постановки учебных и прикладных задач и определения области их применения, самостоятельного решения задач учебного характера, самостоятельного освоения новых знаний и их применения для решения математических задач.	В целом сформированные, но выполняемые на элементарном уровне навыки постановки учебных и прикладных задач и определения области их применения, самостоятельного решения задач учебного характера, самостоятельного освоения новых знаний и их применения для решения математических задач.	Сформированные, но не устойчивые в сложных ситуациях навыки постановки учебных и прикладных задач и определения области их применения, самостоятельного решения задач учебного характера, самостоятельного освоения новых знаний и их применения для решения математических задач.	Успешно сформированные, устойчивые, технологически грамотно выполняемые навыки постановки учебных и прикладных задач и определения области их применения, самостоятельного решения задач учебного характера, самостоятельного освоения новых знаний и их применения для решения математических задач.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

В ходе промежуточной аттестации перевод результатов работы обучающихся (результатов текущего контроля) в систему оценки знаний осуществляется с ориентацией на критерии оценивания сформированности компетенций следующим образом:

Для оценки результатов обучения на зачете:

- оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, который имеет положительные результаты текущего контроля и по итоговой контрольной работе, что свидетельствует об освоении теоретического и практического материала дисциплины и формировании запланированных компетенций;

- оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, который не выполнил или выполнил не полностью практические работы при осуществлении текущего контроля, а так же не набрал необходимого количества баллов по результатам выполнения контрольных работ что подтверждает частичное освоение теоретического материала, несформированность необходимых умений, навыков и компетенций.

Для оценки результатов обучения на зачете с оценкой:

- Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если: он обнаруживает высокий, продвинутый уровень сформированности компетенций, глубоко и прочно усвоил программный материал дисциплины, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами и вопросами, причем не затрудняется с ответами при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

- Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если: он обнаруживает повышенный уровень сформированности компетенций, твердо знает материал курса, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

- Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если: он обнаруживает пороговый уровень сформированности компетенций, имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических задач;

- Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если: он обнаруживает недостаточное освоения порогового уровня сформированности компетенций, не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями решает практические задачи или не справляется с ними самостоятельно.

- Оценка не выставляется обучающемуся, если он не явился на зачет с оценкой, отказался от его сдачи, не знает программный материал, не может решить практические задачи, что соответствует «нулевому» уровню сформированности компетенций.

5. ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ УРОВЕНЬ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Компетенция УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Обучающийся знает: основные методы и приемы решения математических задач.

Обучающийся умеет: организовывать собственную деятельность по решению учебных математических задач; работать по выданному заданию и/или алгоритму; принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность; обосновывать выбранные методы решения учебных и прикладных задач и полученных результатов.

Обучающийся владеет: навыками постановки учебных и прикладных задач и определения области их применения; навыками самостоятельного решения задач учебного характера; навыками самостоятельного освоения новых знаний и их применения для решения математических задач.

-----Знать-----

Задание 1. (выбрать правильный ответ)

Вычислить определитель: $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

а) -8; б) 8; в) 12

Ответ: б

Задание 2. (выбрать правильный ответ)

Если заданы координаты векторов $\vec{a} = \{-1; 0\}$; $\vec{b} = \{3; 1\}$; $\vec{c} = \{0; 1\}$, то линейная комбинация векторов $\vec{a} - 3\vec{b} + 6\vec{c}$ имеет вид?

а) $\{23; 13\}$; б) $\{-4; 8\}$; в) $\{-10; 3\}$

Ответ: в

Задание 3. (выбрать правильный ответ)

Если заданы координаты векторов $\vec{a} = \{3; -3; 0\}$; $\vec{b} = \{1; 1; -2\}$, то скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно?

- а) -1 ; б) 0 ; в) -4

Ответ: б

Задание 4. (выбрать правильный ответ)

Определить вид многочлена $P(x)$, при котором $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4}{P(x)} = 1$.

- а) $P(x) = 2x^2 + 4$; б) $P(x) = x^2 + x - 1$; в) $P(x) = x + 4$

Ответ: б

Задание 5. (выбрать правильный ответ)

Производная первого порядка для функции $y = (x + x^3) \cdot \arctg x$ имеет вид?

- а) $y' = 3x^2 \cdot \arctg x + x$; б) $y' = (1 + 3x^2) \cdot (1 + x^2)$; в) $y' = (1 + 3x^2) \cdot \arctg x + x$

Ответ: в

Задание 6. (выбрать правильный ответ)

Результат вычисления интеграла $\int e^{\frac{3}{7}x-2} dx$ имеет вид?

- а) $\frac{3}{7}e^{\frac{3}{7}x-2} + C$; б) $\frac{7}{3}e^{\frac{3}{7}x-2} + C$; в) $e^{\frac{3}{7}x-2} + C$

Ответ: б

Задание 7. (выбрать правильный ответ)

Назвать интеграл, равный нулю.

- а) $\int_0^1 x^2 dx$; б) $\int_{-3}^3 x^3 dx$; в) $\int_{-2}^0 (1 - x) dx$

Ответ: б

Задание 8. (выбрать правильный ответ)

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	1	3	5
P	0,1	0,3	0,6

Тогда её функция распределения вероятностей имеет вид?

$$\text{а) } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 0,1 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0,3 & \text{при } 3 < x \leq 5 \\ 0,6 & \text{при } x > 5 \end{cases}$$

$$\text{в) } F(x) = \begin{cases} 0,1 & \text{при } x \leq 1 \\ 0,4 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } 3 < x \leq 5 \\ 0 & \text{при } x > 5 \end{cases}$$

$$\text{б) } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 0,3 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0,6 & \text{при } 3 < x \leq 5 \\ 1 & \text{при } x > 5 \end{cases}$$

$$\text{г) } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 0,1 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0,4 & \text{при } 3 < x \leq 5 \\ 1 & \text{при } x > 5 \end{cases}$$

Ответ: г

Задание 9. (выбрать правильный ответ)

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	1	2	3	4
P	0,2	0,1	a	b

Тогда значения a и b могут быть равны:

- а) $a = 0,2$ $b = 0,1$ в) $a = 0,4$ $b = 0,2$
 б) $a = 0,7$ $b = 0,7$ г) $a = 0,4$ $b = 0,3$.

Ответ: г

Задание 10. (выбрать правильный ответ)

Обувная фабрика специализируется по выпуску изделий трёх видов: сапог, кроссовок и ботинок.

При этом используется сырьё трёх типов: S_1 , S_2 , S_3 . Нормы расхода каждого из них на одну пару обуви и объём расхода сырья на один день заданы таблицей:

Нормы расхода сырья на одну пару, усл.ед.	Вид сырья		
	S_1	S_2	S_3
Сапоги	5	2	3
Кроссовки	3	1	2
Ботинки	4	1	2
Расход сырья на 1 день, усл.ед.	2300	800	1400

Пусть ежедневный объём выпуска сапог, кроссовок и ботинок составляет x_1 , x_2 , x_3 соответственно, тогда математическая модель для нахождения ежедневного выпуска каждого вида обуви может иметь вид?

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1400 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 800 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2300 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2300 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 800 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1400 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 1400 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 800 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 2300 \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2300 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 800 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 1400 \end{cases}$$

Ответ: б

-----Уметь-----

Задание 11. (_____ - введите ответ)

Найдите линейную комбинацию матриц $2 \cdot A + 3 \cdot B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ: $2 \cdot A + 3 \cdot B = \begin{pmatrix} 13 & 6 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

Задание 12. (_____ - введите ответ)

При каком значении x векторы $\vec{a} = 5\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} + x\vec{j}$ взаимно перпендикулярны?

Ответ: $x = -10$

Задание 13. (_____ - введите ответ)

Найти угол между прямыми $y = 5x - 3$ и $y = 5x + 8$

Ответ: 0°

Задание 14. (_____ - введите ответ)

Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -3; 5)$ перпендикулярно вектору $\vec{N} = \{3; 2; -4\}$.

Ответ: $3x + 2y - 4z + 20 = 0$

Задание 15. (_____ - введите ответ)

Найти длину вектора $\vec{a} = \{1; 1; 0\}$.

Ответ: $|\vec{a}| = \sqrt{2}$

Задание 16. (_____ - введите ответ)

Найдите y' , если $y = \ln(x^2 - 2)$. В ответе укажите значение производной при $x = 2$.

Ответ: 2

Задание 17. (_____ - введите ответ)

Найти частные производные функции $z = x^2 \sin y$

Ответ: $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x \sin y$; $\frac{\partial z}{\partial y} = x^2 \cos y$

-----**Владеть**-----

Задание 18. Опишите решение задачи.

Найти значение предела функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{150x - 1000}{2x^2 - 3x + 4}$

Ответ: 0

Решение:

Так как $\lim_{x \rightarrow \infty} (150x - 1000) = \infty$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - 3x + 4) = \infty$, то здесь имеет место неопределённость вида $\frac{\infty}{\infty}$. Для её раскрытия разделим каждое слагаемое числителя и знаменателя на x^2

(наивысшую степень x в данной дроби). Тогда, зная, что $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$, получим:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{150x - 1000}{2x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{150x}{x^2} - \frac{1000}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} + \frac{4}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{150}{x} - \frac{1000}{x^2}}{2 - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}} = \frac{0}{2} = 0$$

Задание 19. Опишите решение задачи.

Найти $y'(1)$ для функции $y = (3 - 2x^2)^4$.

Ответ: -8

Решение:

Найдем сначала производную функции $y'(1)$ для функции $y = (3 - 2x^2)^4$. Для заданной сложной функции будем использовать таблицу производных.

$$y'(x) = \left((3 - 2x^2)^4 \right)' = \left| \begin{array}{l} (u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u' \\ u = 3 - 2x^2, \quad n = 4 \end{array} \right| = 4 \cdot (3 - 2x^2)^{4-1} \cdot (3 - 2x^2)' = 4 \cdot (-2) \cdot (3 - 2x^2)^3 = -8 \cdot (3 - 2x^2)^3$$

Получили $y'(x) = -8 \cdot (3 - 2x^2)^3$. Найдём $y'(1)$. Подставим значение $x = 1$ в найденное выражение производной: $y'(1) = -8 \cdot (3 - 2(1)^2)^3 = -8 \cdot (3 - 2)^3 = -8$

Задание 20. Опишите решение задачи.

Найти полный дифференциал функции $z = \ln 2x \cdot \cos 3y$

Ответ: $dz = \frac{1}{x} \cos 3y dx - 3 \ln 2x \sin 3y dy$

Решение:

Найдём частные производные первого порядка для заданной функции.

$$\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{y=\text{const}} = (\ln 2x \cdot \cos 3y)'_x = \cos 3y \cdot (\ln 2x)'_x \left| \begin{matrix} (\ln u)' = \frac{u'}{u} \\ u = 2x \end{matrix} \right| = \cos 3y \cdot \frac{(2x)'_x}{2x} = \cos 3y \cdot \frac{2}{2x} = \cos 3y \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{x=\text{const}} = (\ln 2x \cdot \cos 3y)'_y = \ln 2x \cdot (\cos 3y)'_y \left| \begin{matrix} (\cos u)' = -\sin u \cdot u' \\ u = 3y \end{matrix} \right| = \ln 2x \cdot (-\sin 3y) \cdot (3y)'_y = -3 \ln 2x \cdot \sin 3y$$

Полный дифференциал записываем по формуле: $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$

Задание 21. (_____ - введите ответ)

Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x}}$. В ответе указать значение при $x = 1$, $C = 0$.

Ответ: -1

Задание 22. (_____ - введите ответ)

Скорость тела, движущегося прямолинейно, задаётся формулой $v(t) = (12t - 3t^2)$ м/с. Укажите длину пути, пройденного телом от начала его движения до остановки.

Ответ: 32 м

Задание 23. (_____ - введите ответ)

Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' - 7y' + 6y = 0$.

Ответ: $y = C_1 e^{6x} + C_2 e^x$

Задание 24. Опишите решение задачи.

Найти значение определённого интеграла $\int_0^{\pi/3} \left(\sin x + \frac{2}{\cos^2 x} \right) dx$

Ответ: $\frac{1}{2} + 2\sqrt{3}$

Решение:

Используя свойства интеграла: $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ и

$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$, исходный интеграл можно представить в виде суммы двух слагаемых.

Применяя формулу Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, получим:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/3} \left(\sin x + \frac{2}{\cos^2 x} \right) dx &= \int_0^{\pi/3} \sin x dx + 2 \int_0^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^2 x} = -\cos x \Big|_0^{\pi/3} + 2 \cdot \operatorname{tg} x \Big|_0^{\pi/3} = -\cos \frac{\pi}{3} - (\cos 0) + 2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - 2 \cdot \operatorname{tg} 0 = \\ &= -\frac{1}{2} + 1 + 2\sqrt{3} - 0 = \frac{1}{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Задание 25. Опишите решение задачи.

Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^3$

Решение:

Уравнение имеет вид: $y' + P(x)y = Q(x)$ и является линейным дифференциальным уравнением первого порядка. Решаем его используя алгоритм.

Замена: $y = UV$; $y' = U'V + UV'$

$$U'V + UV' - \frac{2}{x+1} \cdot UV = (x+1)^3$$

$$U'V + U \left(V' - \frac{2}{x+1} \cdot V \right) = (x+1)^3$$

уравнение (1)- <i>скобку приравняли к 0</i>	уравнение (2)
$V' - \frac{2V}{x+1} = 0$ - д.у. с разделяющимися переменными. Заменяем: $V' = \frac{dV}{dx}$.	$U'V = (x+1)^3$
Решаем и находим функцию $V(x)$.	Подставляем в уравнение найденную функцию $V = (x+1)^2$.
	$U'(x+1)^2 = (x+1)^3$ - д.у. с разделяющимися переменными. Заменяем: $U' = \frac{dU}{dx}$. Решаем и находим функцию $U(x, C)$.

$\frac{dV}{dx} = \frac{2V}{x+1} \Rightarrow$ $\int \frac{dV}{V} = \int \frac{2dx}{x+1} \Rightarrow$ $\ln V = 2 \ln(x+1), \quad C = 0$ $\ln V = \ln(x+1)^2$ $V = (x+1)^2$ Переходим к уравнению 2	$\frac{dU}{dx} \cdot (x+1)^2 = (x+1)^3 \Rightarrow$ $dU = (x+1) dx$ $\int dU = \int (x+1) dx \Rightarrow$ $U = \frac{(x+1)^2}{2} + C$
---	---

Выполнив обратную подстановку, получаем решение данного уравнения

$$y = (x+1)^2 \left(\frac{(x+1)^2}{2} + C \right) = \frac{(x+1)^4}{2} + C(x+1)^2$$

Используя замену $y = UV$, подставили найденные функции.

Ответ: $y = \frac{(x+1)^4}{2} + C(x+1)^2$

6. ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Составил:

Ю.С. Данилова, к.т.н., доцент



(подпись)

Заведующий кафедрой

Н.Б. Стрекалова, д.п.н., доцент



(подпись)

Заведующий выпускающей кафедры:

В.А. Мизюн к.т.н., доцент



(подпись)